Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

И.А. Челышева

ЭПЮР 1

Методические рекомендации
к выполнению РГР по курсу
«Начертательная геометрия»
для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
09.03.04 «Программная инженерия»
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическоеобеспечение машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
23.03.01 «Нефтегазовое дело»
29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

очной и заочной формы обучения

Энгельс 2026

УДК 577.12:663/664(075.8)+612.39(075.8)

ВВЕДЕНИЕ

Изображения, построенные по правилам начертательной геометрии, позволяют представить форму и положение предмета в пространстве, а также определить его размеры.

В основу построения технических чертежей положено прямоугольное проецирование на 6 граней куба. Такое проецирование обеспечивает передачу на чертеже формы и размеров изображаемого предмета без искажений. Но существующее многообразие форм сложных технических изделий не всегда позволяет расположить параллельно граням куба все геометрические элементы изделия, а, следовательно, и отобразить их в натуральную величину. Для того, чтобы получить их без искажения, необходимо прибегать к преобразованию чертежа. Методы вращения, плоскопараллельного перемещения, замены плоскостей проекции, разработанные в начертательной геометрии, позволяют разрешить эту задачу.

Задачи, рассматриваемые в данном методическом указании, способствуют закреплению знаний, полученных студентом при изучении темы по методам преобразовании чертежа.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$П_1$, $П_2$, $П_3$ – горизонтальная, фронтальная, профильная плоскости проекции;

$П_4$, $П_5$, $П_6$ – другие плоскости проекций;

A, B, C, D, E; – точки (прописные буквы латинского алфавита);

1, 2, 3, 4 – арабские цифры;

a ,b, c, d, n – прямые линии;

h, f, p – горизонтальная, фронтальная и профильная прямые;

α, β, γ, δ – плоскости (строчные буквы алфавита);

α^0, β^0, γ^0, δ^0 – углы

∟ ABC и ∟DCA – углы.

Подстрочные индексы 1,2,3,4…. используются для обозначений проекций точек, прямых, плоскостей на соответствующие плоскости проекций. Например: A_1, A_2, A_3, A_4 ….. I_1, I_2, I_3, I_4, n_1, n_2 ,n_3 .

≡ – знак совпадения двух геометрических фигур;

═ – результат геометрического построения;

⊥ – знак перпендикулярности:

‖ – знак параллельности;

Цель работы – закрепление знаний студентов по дисциплинам «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика» решением позиционных и метрических задач на комплексном чертеже.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Построить две проекции пирамиды SABC (SABCD) и плоскости ε, заданной точками K,G,E.
2. Определить угол наклона (α^0) плоскости ε к горизонтальной плоскости проекций с помощью линии ската.
3. Найти расстояние от вершины пирамиды S до плоскости ε с использованием свойства перпендикулярности прямой и плоскости.
4. Построить плоскость $\beta \parallel \varepsilon$ и удаленную от нее на расстояние 50 мм.
5. Построить линию пересечения пирамиды плоскостью ε методом замены плоскостей проекций.
6. Определить истинный вид сечения пирамиды плоскостью методом вращения вокруг линии уровня.
7. Найти двугранный угол (β^0) между секущей плоскостью ε и любой боковой гранью пирамиды методом замены плоскостей проекции.
8. Определить кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися ребрами пирамиды плоскопараллельным перемещением.
9. Построить аксонометрическую проекцию пирамиды с нанесением на нее линии пересечения.
10. Построить развертку пирамиды с нанесением на нее линии пересечения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Студент выполняет работу по варианту, который соответствует номеру по списку в журнале группы. Варианты заданий приведены в приложении 1. Координаты точек заданы в миллиметрах. Рекомендуемый масштаб 1:1. Построения выполнять на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций, на четырех листах ватмана формата А3. Первый лист содержит задачи 1, 2, 6, 7. На втором листе выполнить задачи 5, 6. На листе 3 решить задачи 7, 8. Лист 4 должен содержать решение задачи 9,10.

1. Построение проекций пирамиды и секущей плоскости.

Для построения проекций точек по их координатам необходимо провести ось X, зафиксировать на ней точку O – начало координат и отложить заданные координаты. Оси Y и Z на чертеже можно не проводить. Пример построения проекций A_1, A_2 и S_1, S_2 точек A (x=8, y=2, z=0) и S (x=4, y=5, z=7) показан на рис. 1.

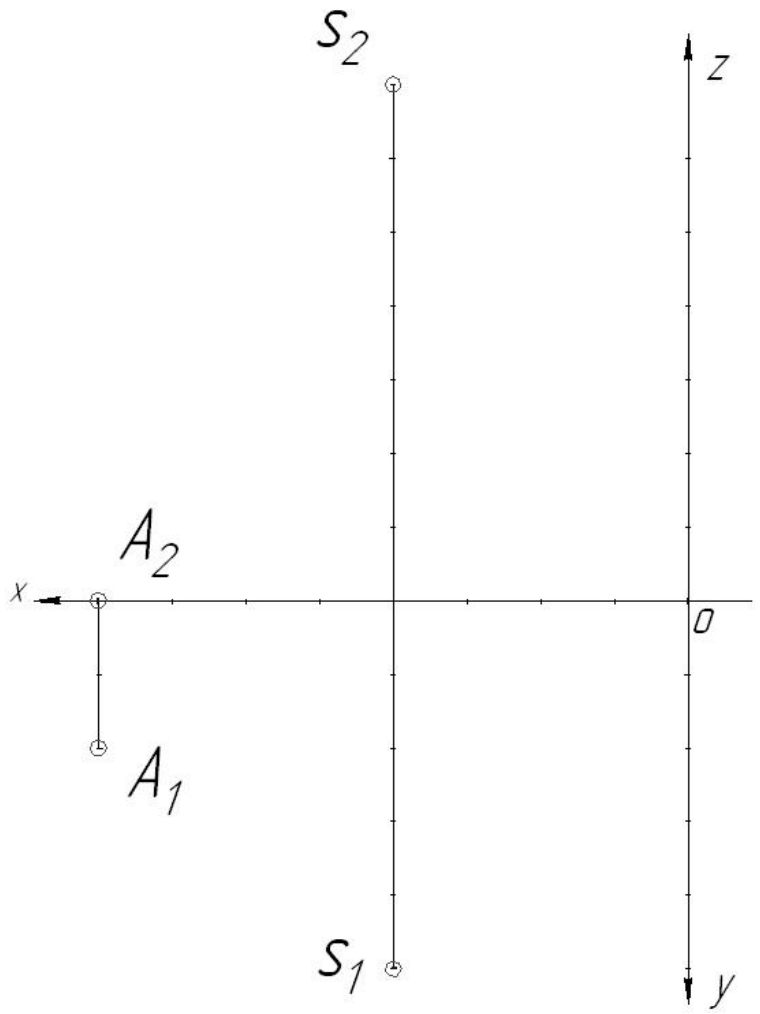


Рис.1

2. Определение угла наклона плоскости ε к горизонтальной плоскости проекции

Угол наклона плоскости ε к плоскости $П_1$ измеряется линейным и равен углу наклона к $П_1$ линии ската, проведенной в плоскости ε.

Для нахождения угла наклона линии ската к $П_1$ на рис. 2 выполнены следующие построения:

1. Проведена линия ската КТ ($К_1Т_1 \perp G_1E_1$). GE – горизонталь плоскости ε.

2. Методом прямоугольного треугольника найдена истинная величина линии ската ($К_1Т^{/}$) и угол ее наклона к $П_1$ – α^0.

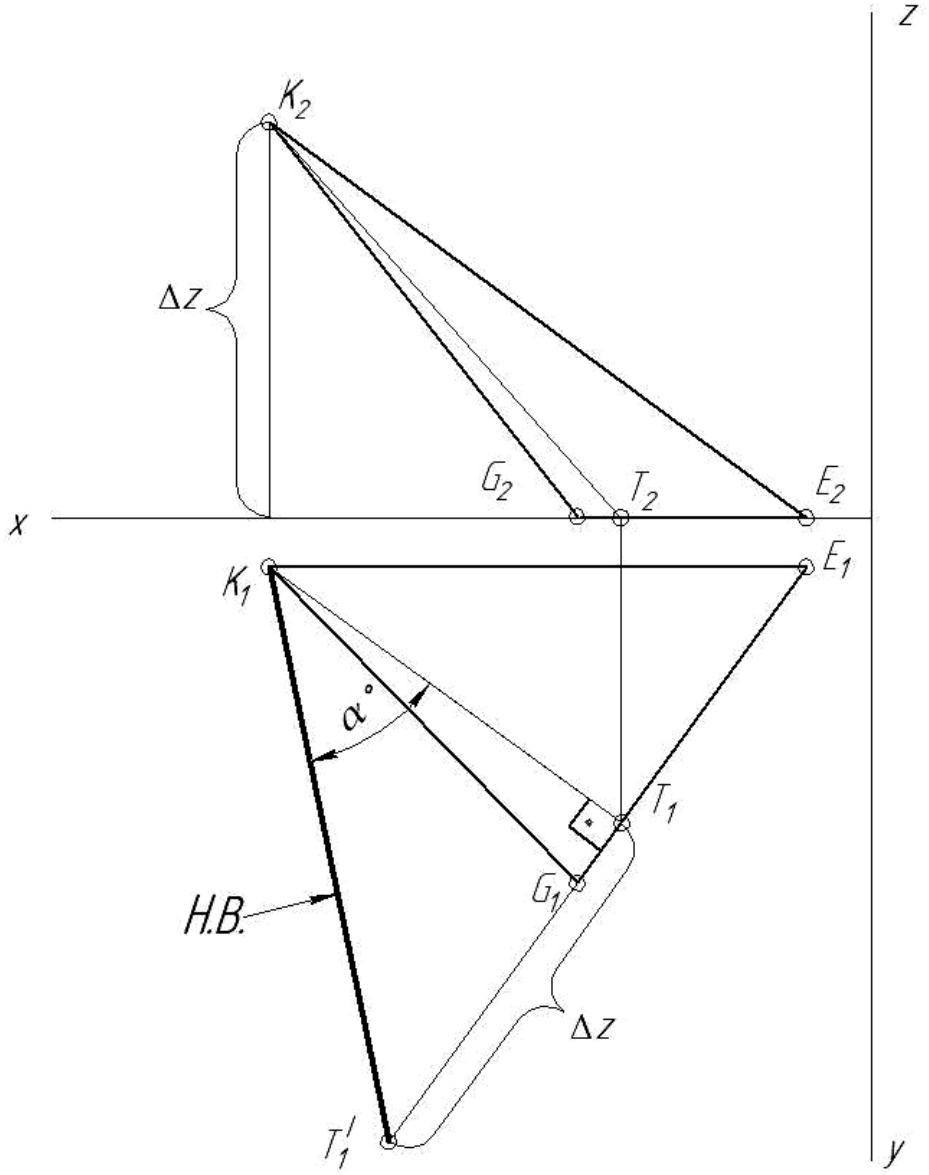


Рис.2

3. Определение кратчайшего расстояния от вершины пирамиды S до плоскости ε

Для решения задачи используем свойства перпендикулярности прямой и плоскости. Для этого:

1. Опустим перпендикуляр n из точки S на плоскость ε (рис.3). На основании условия перпендикулярности прямой к плоскости и свойства проецирования прямого угла $n_1 \perp h_1$, $n_2 \perp f_2$.

2. Определим точку встречи F перпендикуляра с плоскостью ε, для чего применив метод сечения, заключаем перпендикуляр n в горизонтально-проецирующую плоскость ω ($n \in \omega$; $\omega \cap \varepsilon = 12$; $12 \cap n = F$)

Построен треугольник $F_1 S_1 F^{/}$, в котором один катет $S_1 F_1$- проекция кратчайшего расстояния, второй – разность расстояния концов отрезка (SF) до плоскости Π_1 , а $S_1 F^{/}$ – гипотенуза и есть истинное значение кратчайшего расстояния от вершины до плоскости.

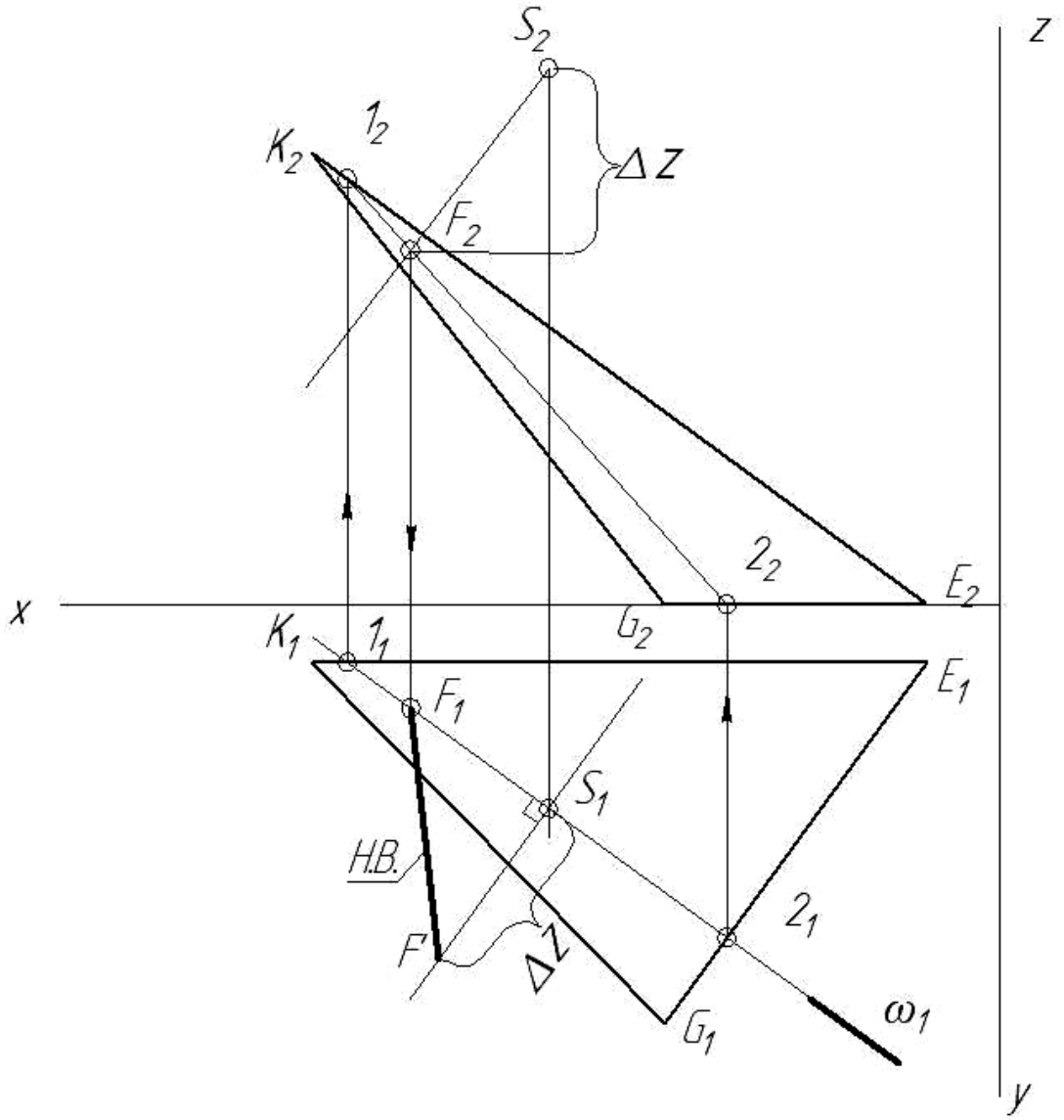


Рис. 3

4. Построение плоскости β, параллельной заданной.

Для нахождения точки Q, через которую необходимо провести плоскость, параллельно заданной надо: на истинной величине кратчайшего расстояния от вершины пирамиды до плоскости (рис. 4) отложить от точки F_1 отрезок $F_1 Q^{/}$ равный 50 мм. Затем перенесем точку Q на продолжение перпендикуляра $F_1 S_1$ и отметим точку Q_1, и по линии связи найдем точку Q_2. Используя свойства параллельности плоскостей зададим плоскость β двумя пересекающимися прямыми β ($h^{/} \cap f^{/}$): ($h_1^{/} \| E_1G_1$; $f_1^{/} \| K_1E_1$; $h_2^{/} \| E_2G_2$; $f^{/}_2 \| K_2E_2$).

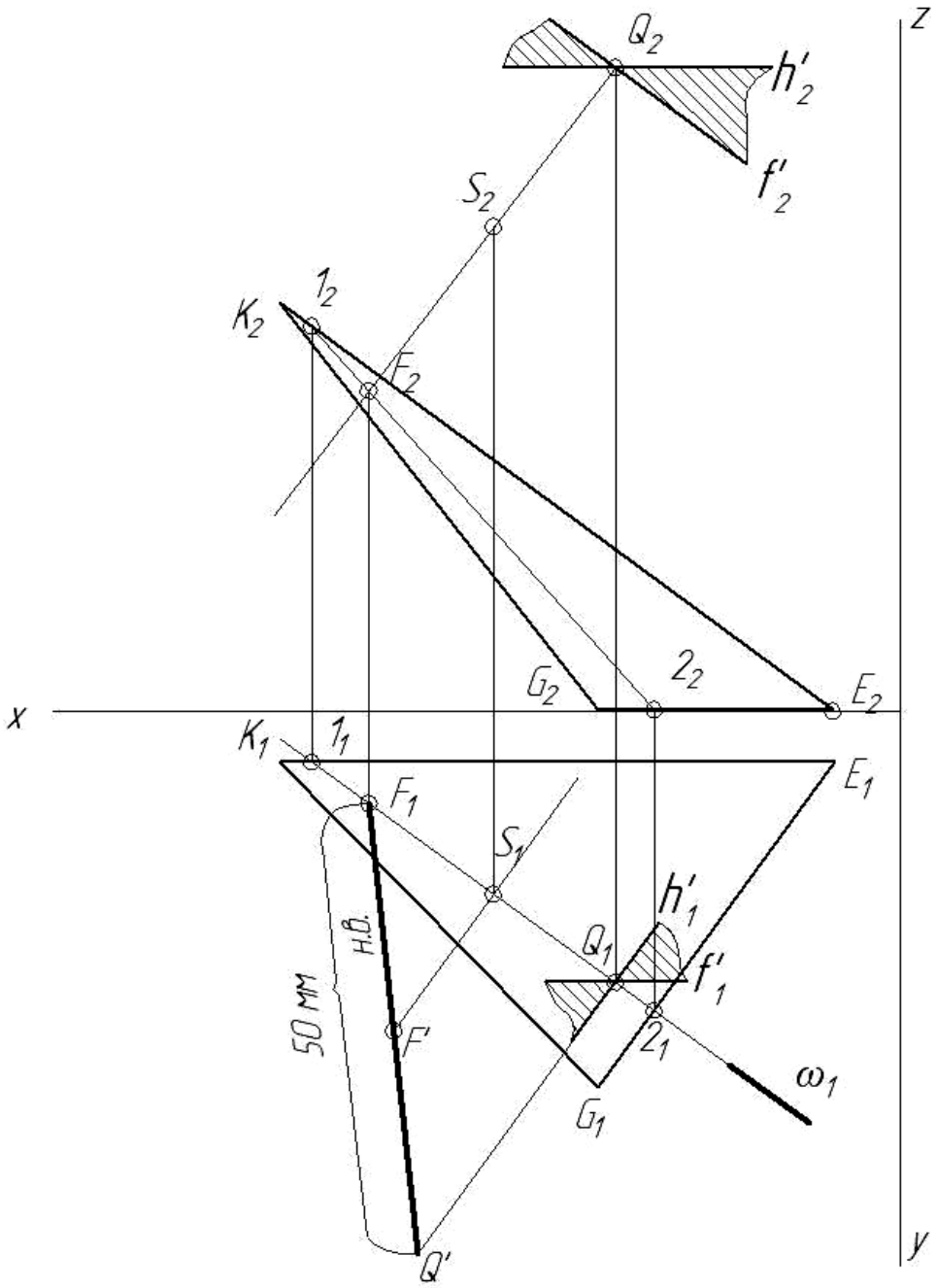


Рис.4

5. Построение линии пересечения пирамиды плоскостью.

Для построения линии пересечения пирамиды плоскостью воспользуемся методом замены плоскостей проекции. Заменяем секущую плоскость $П_2$ на новую $П_4$ (рис. 5). При этом новая ось $X_{14} \perp G_1E_1$ (h_1). Плоскость ε проецируется на $П_4$ в прямую линию $ε_4$ ($K_4E_4G_4$) и линия пересечения пирамиды плоскостью будет совпадать с ней. Обозначим точки пересечения ребер пирамиды SABC плоскостью ε – Q_4, M_4 ,N_4 (рис. 5).

По ним находим их горизонтальные и фронтальные проекции.

Соединяем точки $Q_1M_1N_1$ и $Q_2M_2N_2$ с учетом видимости линий.

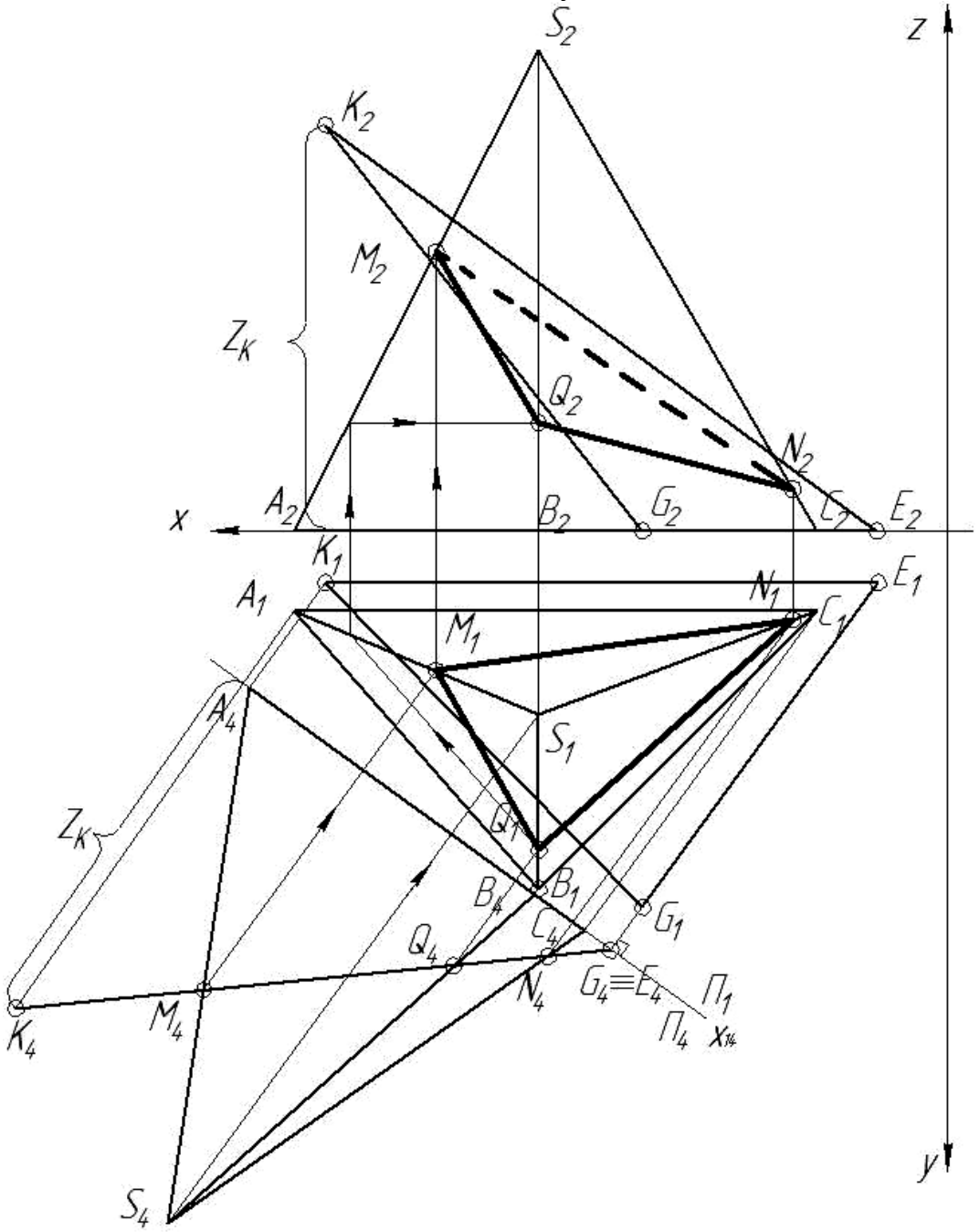


Рис.5

6. Определение величины двугранного угла, образованного секущей плоскостью и боковой гранью пирамиды.

Величина двугранного угла измеряется линейным углом, составленным линиями пересечения граней двугранного угла с плоскостью, перпендикулярной его ребру. Для решения задачи по определению истинной величины двугранного угла необходимо ребро двугранного угла перевести в проецирующее положение (рис.6).

Боковые грани при этом станут проецирующими, и проецируется в прямые. Угол между ними будет искомым.

Выберем для решения один из двугранных углов, например, составленный секущей плоскостью ε и гранью SCB. Общим ребром этого двугранного угла является линия MN.

От секущей плоскости возьмем отсек MNQ, от боковой грани – SMN (рис. 6). Ребро угла MN занимает общее положение в пространстве. Его перевод в проецирующее положение осуществлен двумя заменами плоскостей проекций. При первой замене общее ребро MN переведено в положение прямой уровня и на новую плоскость проекций спроецировалось в истинную величину ($MN \parallel \Pi_4$; $X_{14} \parallel M_1N_1$).

С помощью второй замены ребро MN переведено в проецирующее положение и на Π_5 спроецировалось в точку ($MN \perp \Pi_5$ при $X_{4,5} \perp M_4N_4$). Грани MNQ и MNS проецируются на Π_5 – прямыми. Угол β^0 является линейным углом искомого двугранного угла.

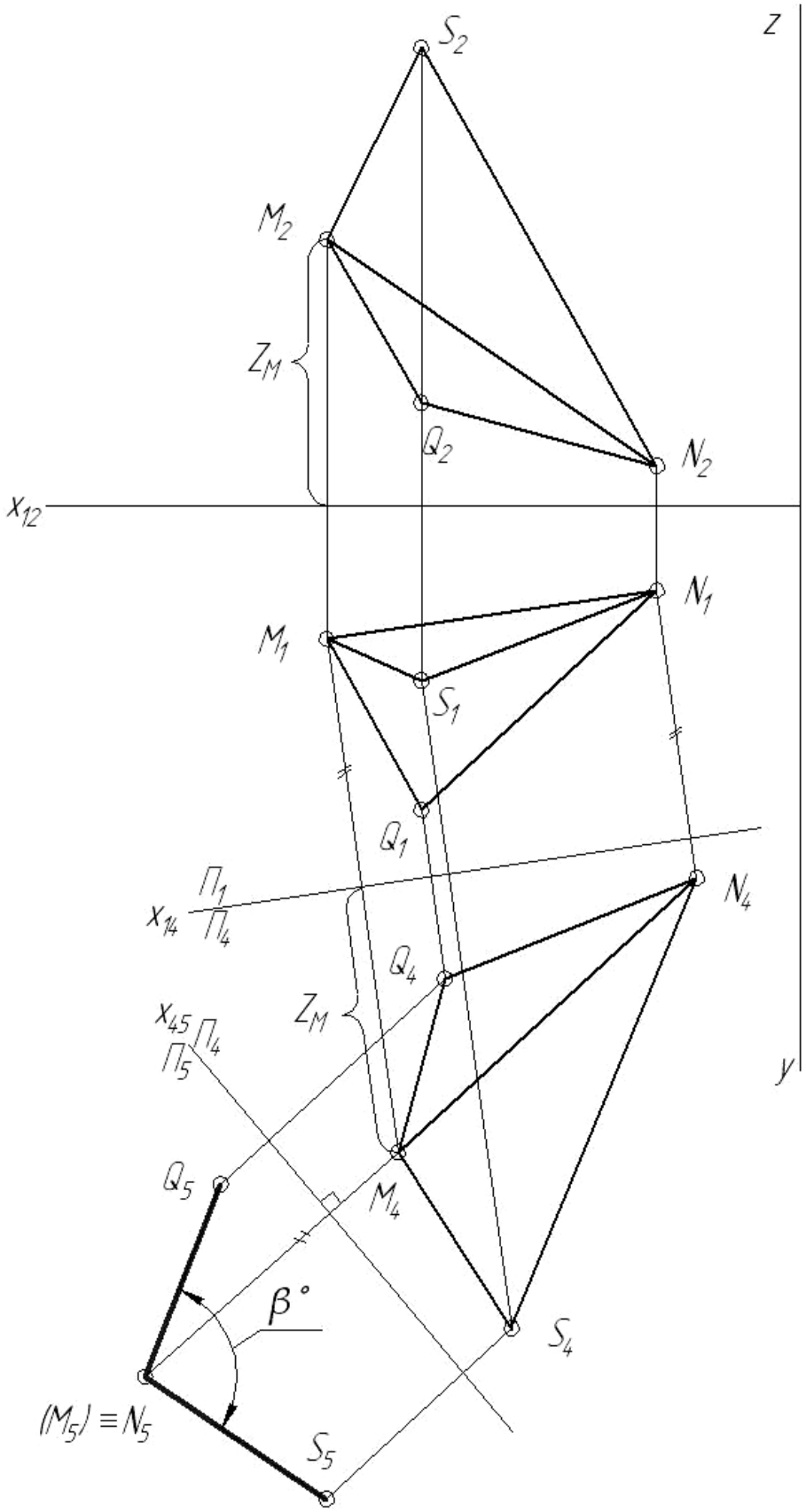

z
S_2
M_2
Z_M
Q_2
N_2
x_{12}
N_1
M_1
S_1
Q_1
Π_1
x_{14}
Π_4
N_4
Q_4
Z_M
x_{45}
Π_4
Π_5
y
Q_5
M_4
$\beta°$
S_4
$(M_5) \equiv N_5$
S_5

Рис. 6

7. Определение натуральной величины сечения пирамиды.

Определим истинную величину сечения пирамиды вращением вокруг горизонтали. Вращая плоскость вокруг прямой уровня ее можно развернуть до положения параллельного плоскости проекций (рис. 7).

1. В плоскости MNQ проведена горизонталь h.

2. Задано направление перемещения горизонтальных проекций точек M и N ($M_1O_1 \perp h_1$, $N_1O'_1 \perp h_1$) и на горизонтали отмечены центры вращения этих точек O и O'. Точка Q при вращении перемещаться не будет, так как лежит на оси вращения.

3. Методом прямоугольного треугольника определена истинная величина радиуса (R_N) вращения точки N вокруг h.

4. На горизонтальной проекции траектории точки N отложена истинная величина R_N и определена точка N_0. N_0 – горизонтальная проекция вращаемой точки в тот момент, когда плоскость QMN станет параллельной $П_1$ и проецируется на нее в истинную величину. Новую проекцию M_0 точки M находим таким же образом.

$Q_1 N_0$ и Q_1M_0 – истинные величины двух сторон плоскости, а Q_1,M_0 и N_0 положение проекций трех ее вершин Q,M и N в новом, параллельном $П_1$ положении.

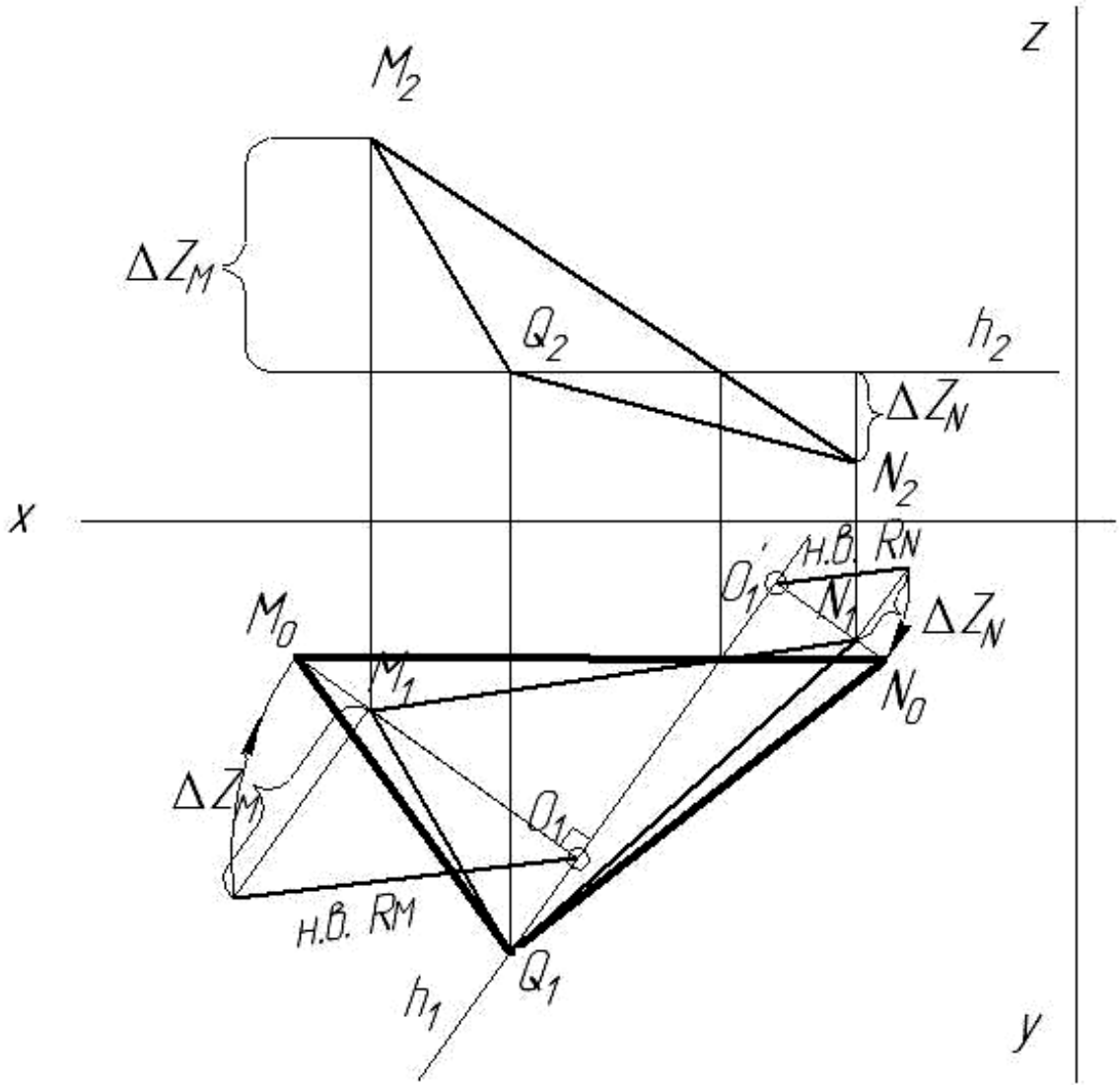


Рис. 7

8. Определение расстояния между скрещивающимися ребрами пирамиды плоскопараллельным перемещением.

Кратчайшим расстоянием между скрещивающимися прямыми является перпендикуляр, опущенный из точки на одной прямой к другой. Одна из прямых переведена в фронтально-проецирующее положение (рис.8) для чего горизонтальную проекцию отрезка прямой A_1C_1 перемещаем в положение $A_1^{/}C_1^{/} \perp X_{12}$ не изменяя ее размер. Став проецирующим, отрезок АС на плоскость $П_2$ проецируется точкой, второе ребро SB проецируется отрезком $S_2^{/}B_2^{/}$, а расстояние $A_2^{/}Q_2^{/}$ будет искомым.

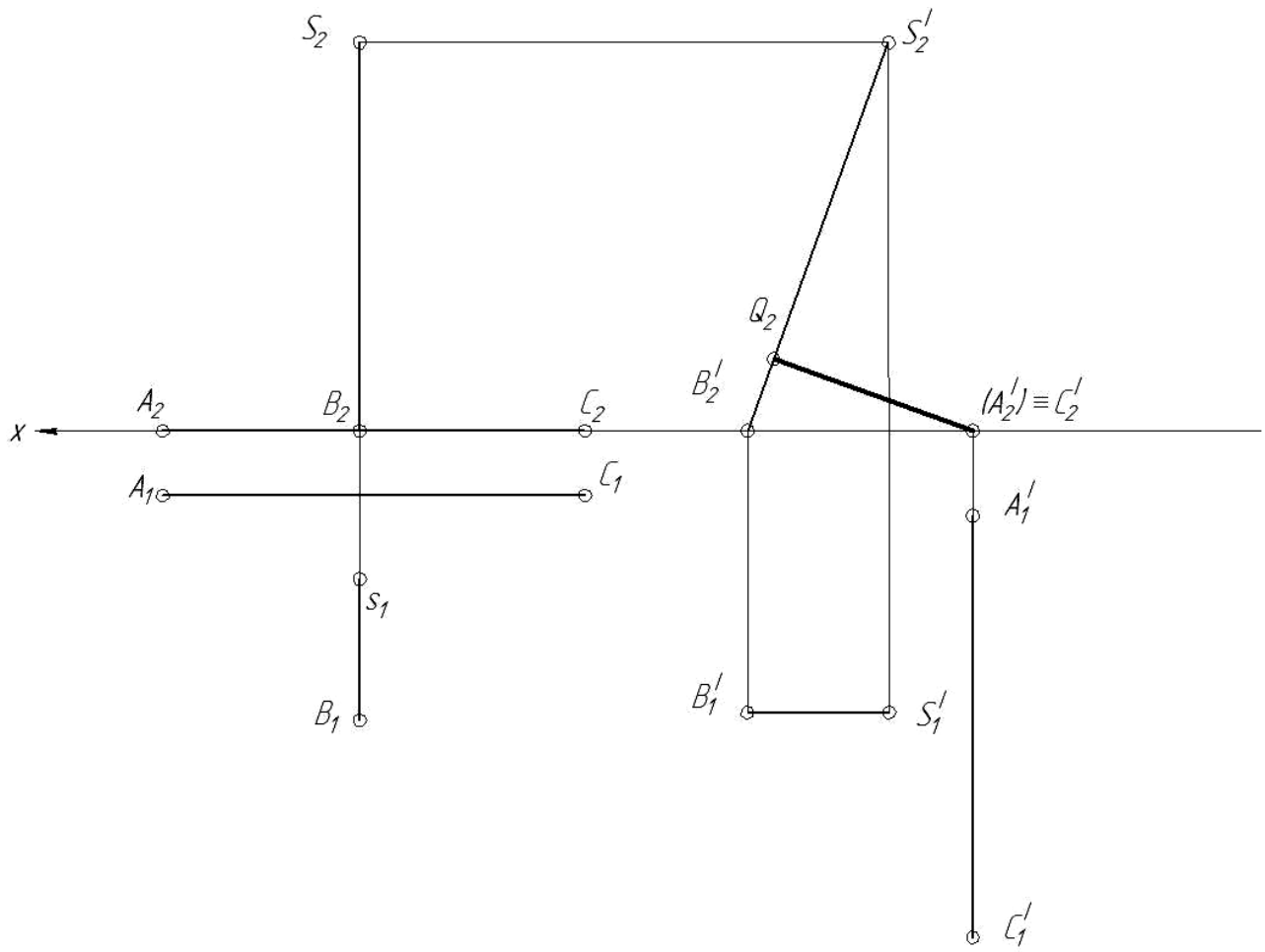


Рис.8

9. Построение аксонометрической проекции.

Аксонометрическую проекцию пирамиды можно построить, используя координаты точек (с учетом коэффициентов искажения по осям). Координаты вершин пирамиды заданы, а координаты QMN получены при решении задачи №5. На рисунке 9б построена прямоугольная диметрия пирамиды.

Для построения аксонометрических проекций точек S, M, N, Q сначала нанесены вторичные горизонтальные проекции S_1, M_1, N_1, Q_1 от них отложены значения их высот. Точки QMN можно найти используя метод деления отрезков на пропорциональные части. Точка M определена этим методом. При этом SA^o и SM^o истинные значения SA и SM, определенные на рис. 9а вращением ($SA^o = S_2 C_2^/$; $SM^o = S_2 M_2^/$).

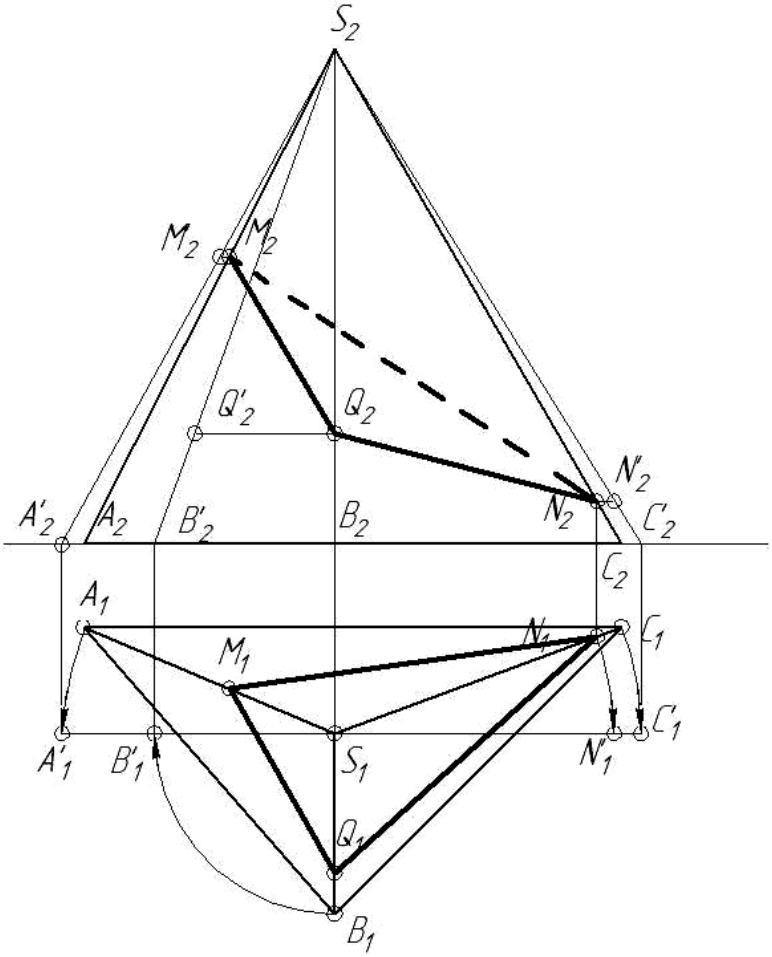

S2
M2
M'2
Q'2
Q2
N'2
N2
A'2
A2
B'2
B2
C'2
C2
A1
N1
C1
M1
C'1
A'1
B'1
S1
N'1
Q1
B1

Рис.9а

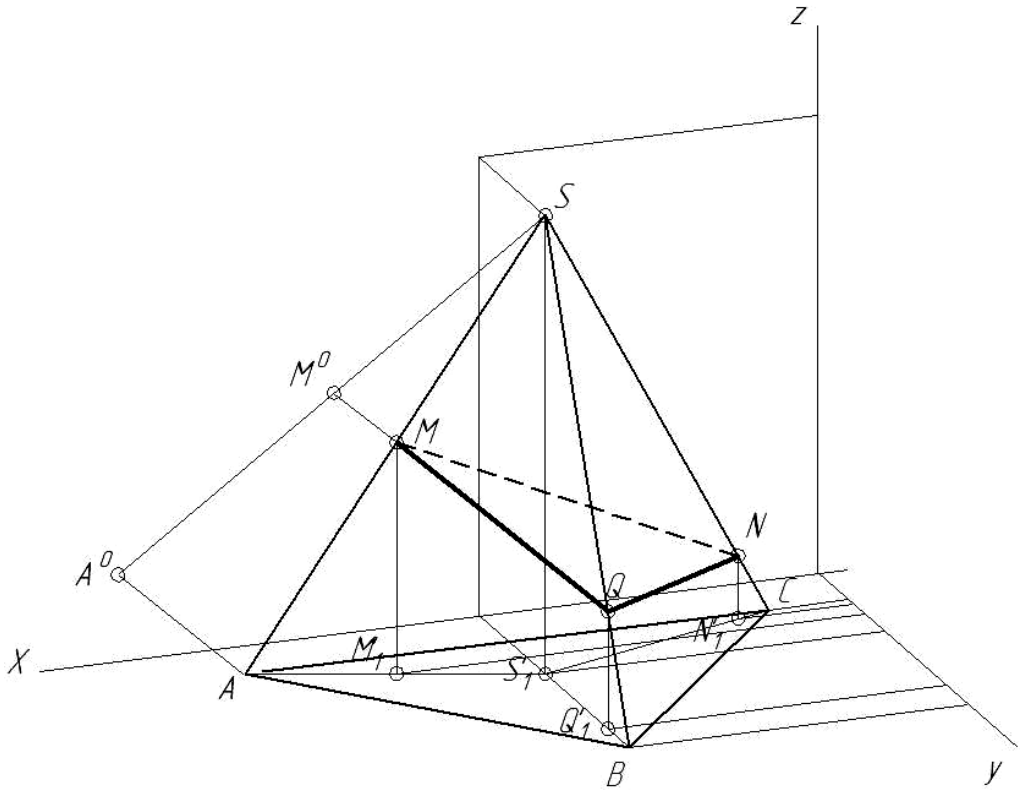

z
S
M0
M
N
A0
Q
C
X
M1
N1
S1
A
Q1
B
y

Рис.9б

10. Построение развертки пирамиды.

Для построения развертки находим истинные величины ребер пирамиды. В приведенном примере основание пирамиды ABC лежит на плоскости $П_1$, т. е. A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1- истинные величины ребер основания. Боковые ребра пирамиды на $П_1$ и $П_2$ проецируются с искажением. Для нахождения ее истинной величины используем метод вращения вокруг проецирующей прямой (рис. 9а). После поворота прямой SC вокруг оси $i \perp П_1$ до положения, параллельного плоскости $П_2$ ($S_1C_1 \parallel X_{12}$) , на $П_2$ получим истинную величину прямой SC ($S_2C'_2$) . Аналогичным образом находим истинные величины ребер SA ($S_2A'_2$) и SB ($S_2B'_2$). Точки M_2' и N_2' находим на истинных значениях ребер, используя метод деления отрезков на пропорциональные части. На рис.10 построена развертка пирамиды с нанесенной линией пересечения. Используя истинные величины ребер, каждую грань строим как треугольник по трем сторонам.

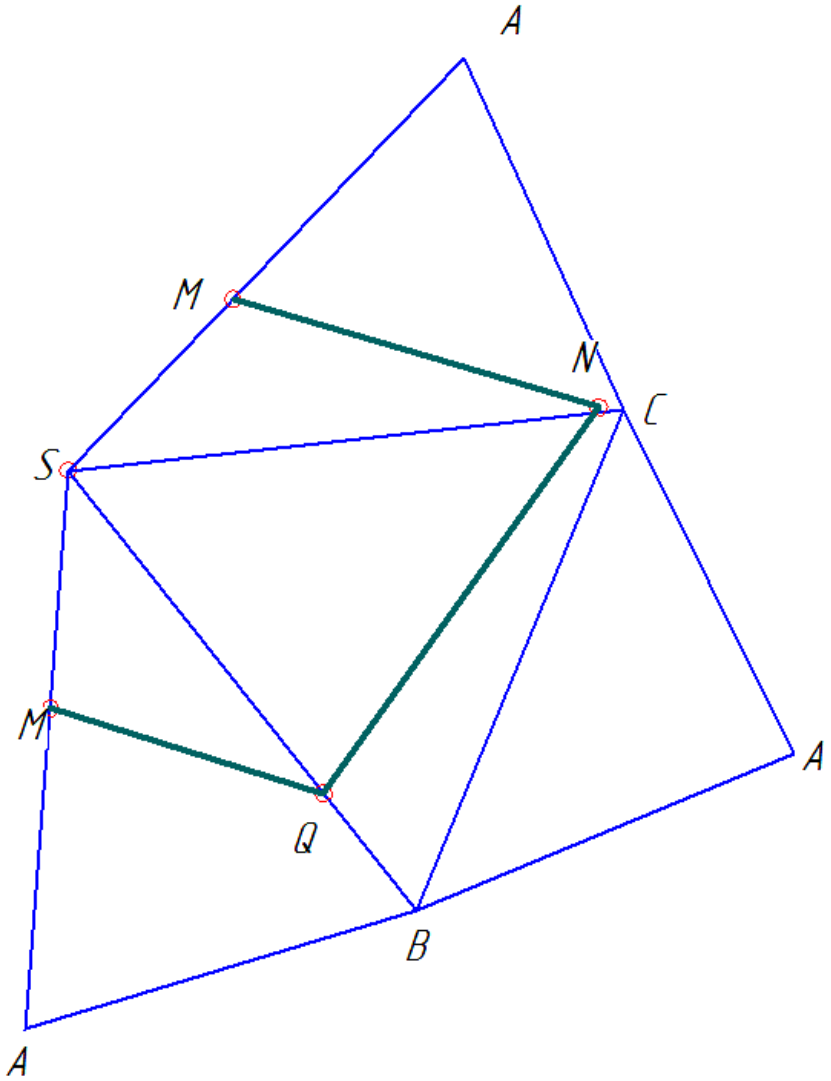


Рис.10

ЛИТЕРАТУРА.

1.Гордон В.С., Семенцов - Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учебное пособие/ Под. Ред. Ю.Б. Иванова/ М.: Наука,2008.- 278с., ил.

2.Виницкий И.Г. Начертательная геометрия. / М.: Высшая школа,1995.- 188с., ил.

3. Надеждин В.И., Николаева Н. А. Преобразование чертежа/ Саратов, Сарат. гос. технич. ун-т. 1998, 24с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица П1

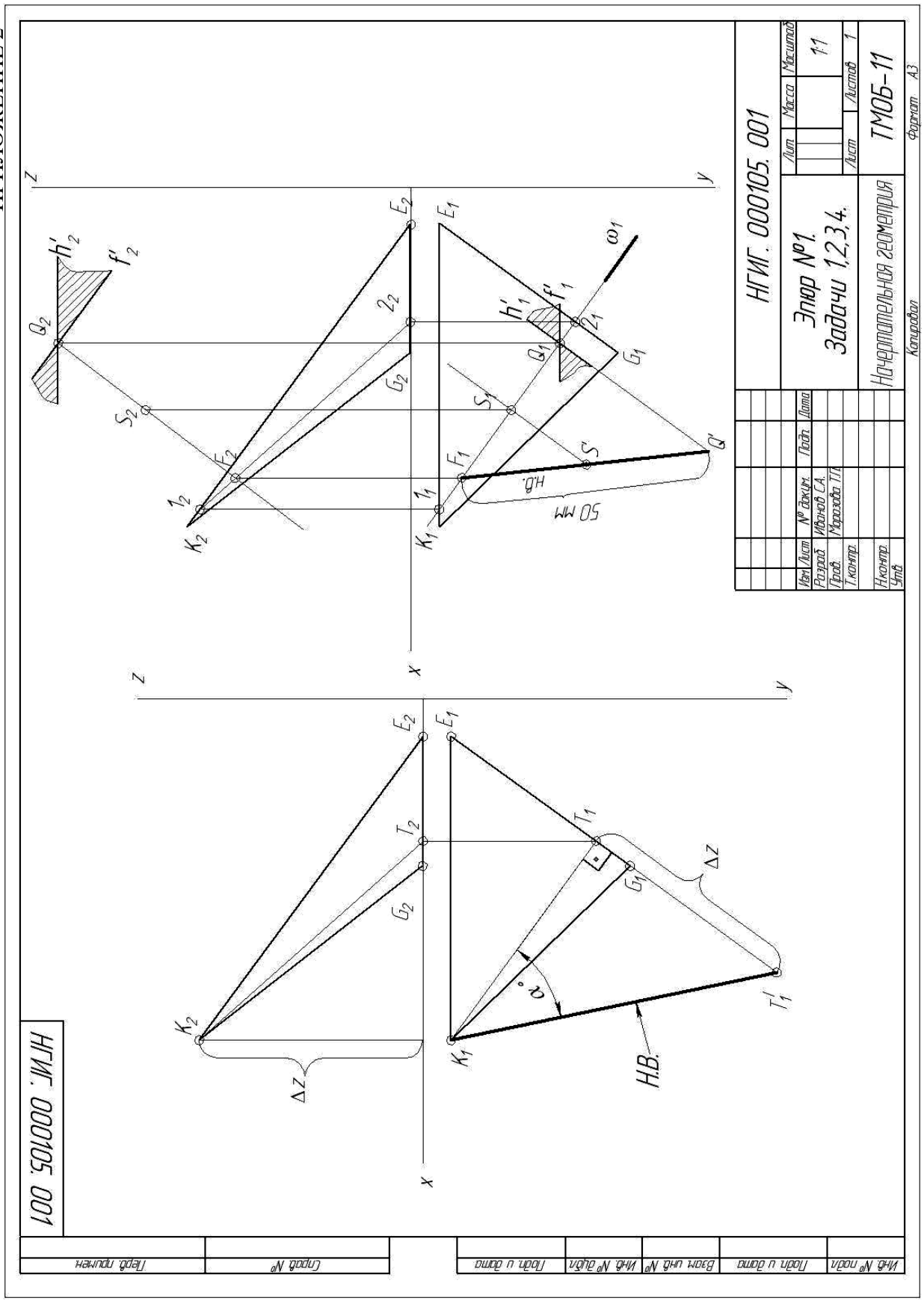
Варианты заданий к выполнению эпюра.

№ варианта	Обознач. точек	Координаты точек, мм			№ варианта	Обознач. точек	Координаты точек, мм		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	**S**	**70**	**43**	**80**	**6**	**S**	**60**	**43**	**70**
	A	**110**	**20**	**0**		**A**	**100**	**20**	**0**
	B	**30**	**20**	**0**		**B**	**20**	**20**	**0**
	C	**70**	**89**	**0**		**C**	**60**	**89**	**0**
	K	**115**	**20**	**80**		**K**	**40**	**89**	**75**
	E	**125**	**120**	**0**		**E**	**50**	**5**	**0**
	G	**0**	**20**	**0**		**G**	**120**	**89**	**0**
2	**S**	**40**	**40**	**75**	**7**	**S**	**65**	**60**	**85**
	A	**80**	**25**	**0**		**A**	**105**	**30**	**0**
	B	**0**	**25**	**0**		**B**	**25**	**30**	**0**
	C	**40**	**90**	**0**		**C**	**65**	**90**	**0**
	K	**10**	**25**	**80**		**K**	**30**	**30**	**75**
	E	**15**	**80**	**0**		**E**	**80**	**100**	**0**
	G	**100**	**25**	**0**		**G**	**120**	**30**	**0**
3	**S**	**65**	**43**	**80**	**8**	**S**	**60**	**50**	**75**
	A	**105**	**20**	**0**		**A**	**100**	**25**	**0**
	B	**25**	**20**	**0**		**B**	**20**	**25**	**0**
	C	**70**	**90**	**0**		**C**	**60**	**95**	**0**
	K	**115**	**20**	**80**		**K**	**30**	**100**	**80**
	E	**80**	**110**	**0**		**E**	**50**	**10**	**0**
	G	**10**	**20**	**0**		**G**	**120**	**100**	**0**
4	**S**	**70**	**43**	**70**	**9**	**S**	**70**	**35**	**80**
	A	**110**	**20**	**0**		**A**	**110**	**20**	**0**
	B	**30**	**20**	**0**		**B**	**30**	**20**	**0**
	C	**70**	**89**	**0**		**C**	**70**	**60**	**0**
	K	**40**	**89**	**65**		**K**	**90**	**60**	**0**
	E	**110**	**5**	**0**		**E**	**75**	**15**	**0**
	G	**140**	**89**	**0**		**G**	**50**	**60**	**60**
5	**S**	**70**	**50**	**80**	**10**	**S**	**70**	**50**	**80**
	A	**105**	**20**	**0**		**A**	**110**	**30**	**0**
	B	**35**	**20**	**0**		**B**	**30**	**30**	**0**
	C	**60**	**102**	**0**		**C**	**70**	**95**	**0**
	K	**80**	**25**	**60**		**K**	**100**	**95**	**75**
	E	**50**	**102**	**0**		**E**	**40**	**10**	**0**
	G	**5**	**25**	**0**		**G**	**0**	**95**	**0**

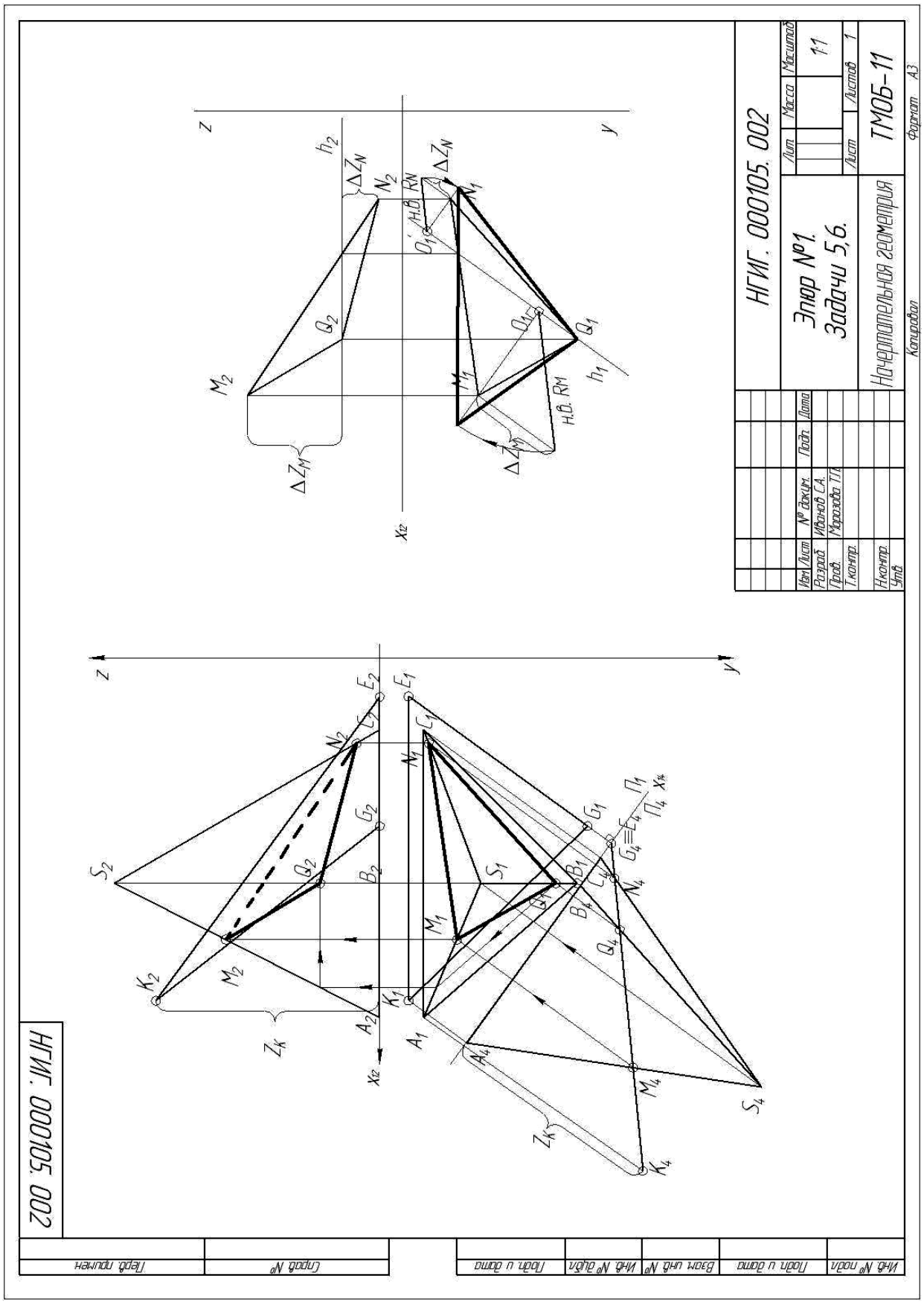
Продолжение табл. П1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	**S**	**70**	**60**	**75**	**17**	**S**	**50**	**65**	**80**
	A	**110**	**60**	**0**		**A**	**90**	**65**	**0**
	B	**70**	**100**	**0**		**B**	**50**	**105**	**0**
	C	**30**	**60**	**0**		**C**	**10**	**65**	**0**
	D	**70**	**20**	**0**		**D**	**50**	**25**	**0**
	K	**105**	**20**	**65**		**K**	**15**	**25**	**68**
	E	**40**	**100**	**0**		**E**	**70**	**105**	**0**
	G	**10**	**20**	**0**		**G**	**110**	**25**	**0**
12	**S**	**70**	**60**	**70**	**18**	**S**	**80**	**50**	**70**
	A	**110**	**60**	**0**		**A**	**110**	**80**	**0**
	B	**70**	**100**	**0**		**B**	**110**	**20**	**0**
	C	**30**	**60**	**0**		**C**	**50**	**20**	**0**
	D	**70**	**20**	**0**		**D**	**50**	**80**	**0**
	K	**65**	**20**	**40**		**K**	**115**	**20**	**70**
	E	**60**	**100**	**0**		**E**	**85**	**90**	**0**
	G	**10**	**20**	**0**		**G**	**15**	**20**	**0**
13	**S**	**60**	**65**	**70**	**19**	**S**	**50**	**65**	**80**
	A	**100**	**65**	**0**		**A**	**90**	**65**	**0**
	B	**60**	**105**	**0**		**B**	**50**	**105**	**0**
	C	**20**	**65**	**0**		**C**	**10**	**65**	**0**
	D	**60**	**25**	**0**		**D**	**50**	**25**	**0**
	K	**105**	**105**	**75**		**K**	**45**	**25**	**100**
	E	**48**	**10**	**0**		**E**	**12**	**120**	**0**
	G	**0**	**105**	**0**		**G**	**110**	**25**	**0**
14	**S**	**65**	**50**	**70**	**20**	**S**	**50**	**50**	**70**
	A	**95**	**80**	**0**		**A**	**80**	**80**	**0**
	B	**95**	**20**	**0**		**B**	**80**	**20**	**0**
	C	**35**	**20**	**0**		**C**	**20**	**20**	**0**
	D	**35**	**80**	**0**		**D**	**20**	**80**	**0**
	K	**120**	**20**	**65**		**K**	**0**	**20**	**78**
	E	**45**	**95**	**0**		**E**	**45**	**95**	**0**
	G	**0**	**20**	**0**		**G**	**115**	**20**	**0**
15	**S**	**70**	**60**	**80**	**21**	**S**	**70**	**60**	**75**
	A	**110**	**60**	**0**		**A**	**105**	**60**	**0**
	B	**70**	**100**	**0**		**B**	**70**	**100**	**0**
	C	**30**	**60**	**0**		**C**	**35**	**60**	**0**
	D	**70**	**20**	**0**		**D**	**70**	**30**	**0**
	K	**105**	**20**	**65**		**K**	**65**	**20**	**100**
	E	**60**	**100**	**0**		**E**	**95**	**100**	**0**
	G	**30**	**20**	**0**		**G**	**10**	**20**	**0**
16	**S**	**60**	**65**	**75**	**22**	**S**	**65**	**65**	**70**
	A	**100**	**65**	**0**		**A**	**95**	**95**	**0**
	B	**60**	**105**	**0**		**B**	**95**	**35**	**0**
	C	**20**	**65**	**0**		**C**	**35**	**35**	**0**
	D	**60**	**25**	**0**		**D**	**35**	**95**	**0**
	K	**15**	**105**	**75**		**K**	**75**	**95**	**80**
	E	**70**	**15**	**0**		**E**	**35**	**15**	**0**
	G	**105**	**105**	**0**		**G**	**0**	**95**	**0**

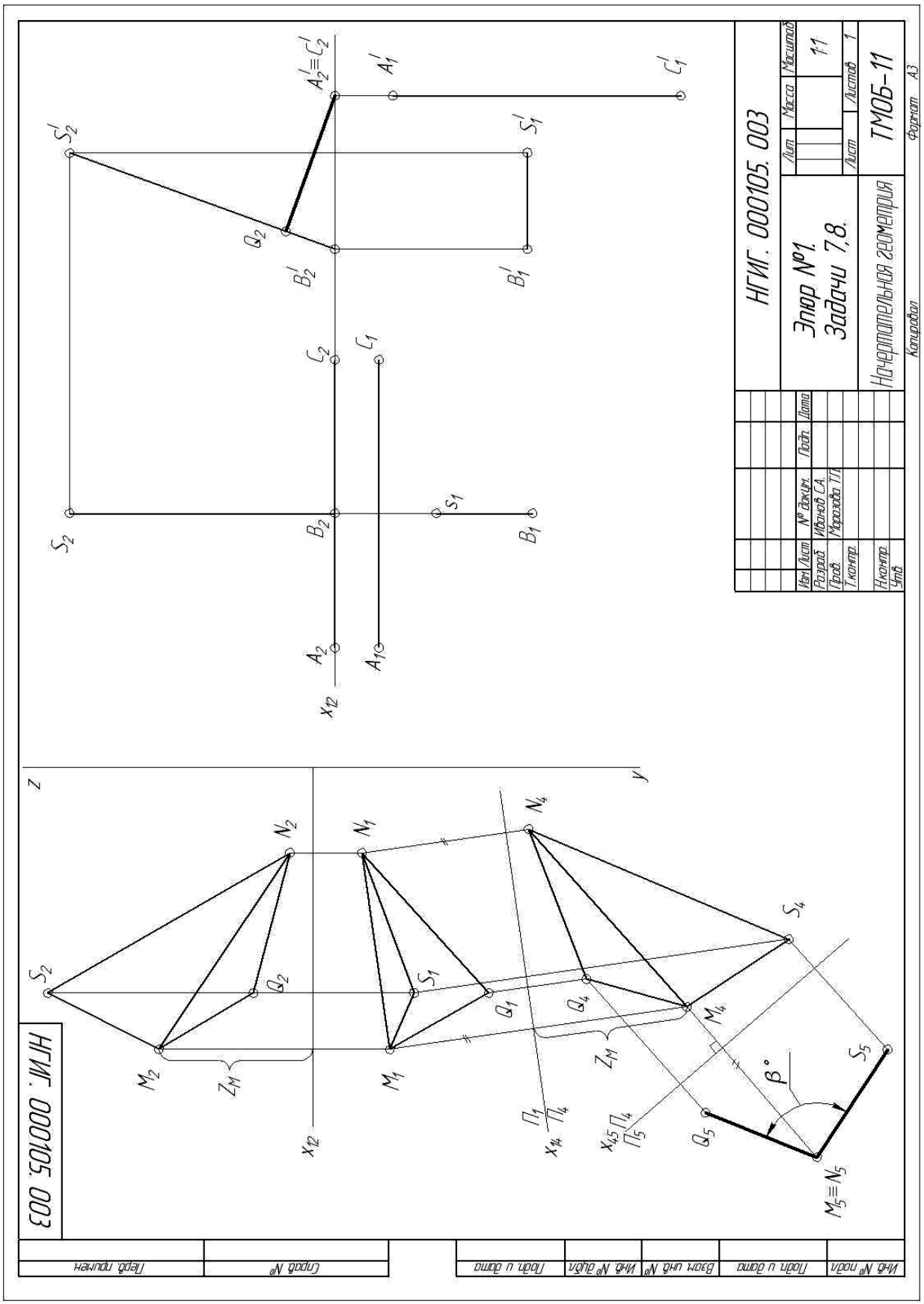
ПРИЛОЖЕНИЕ 2



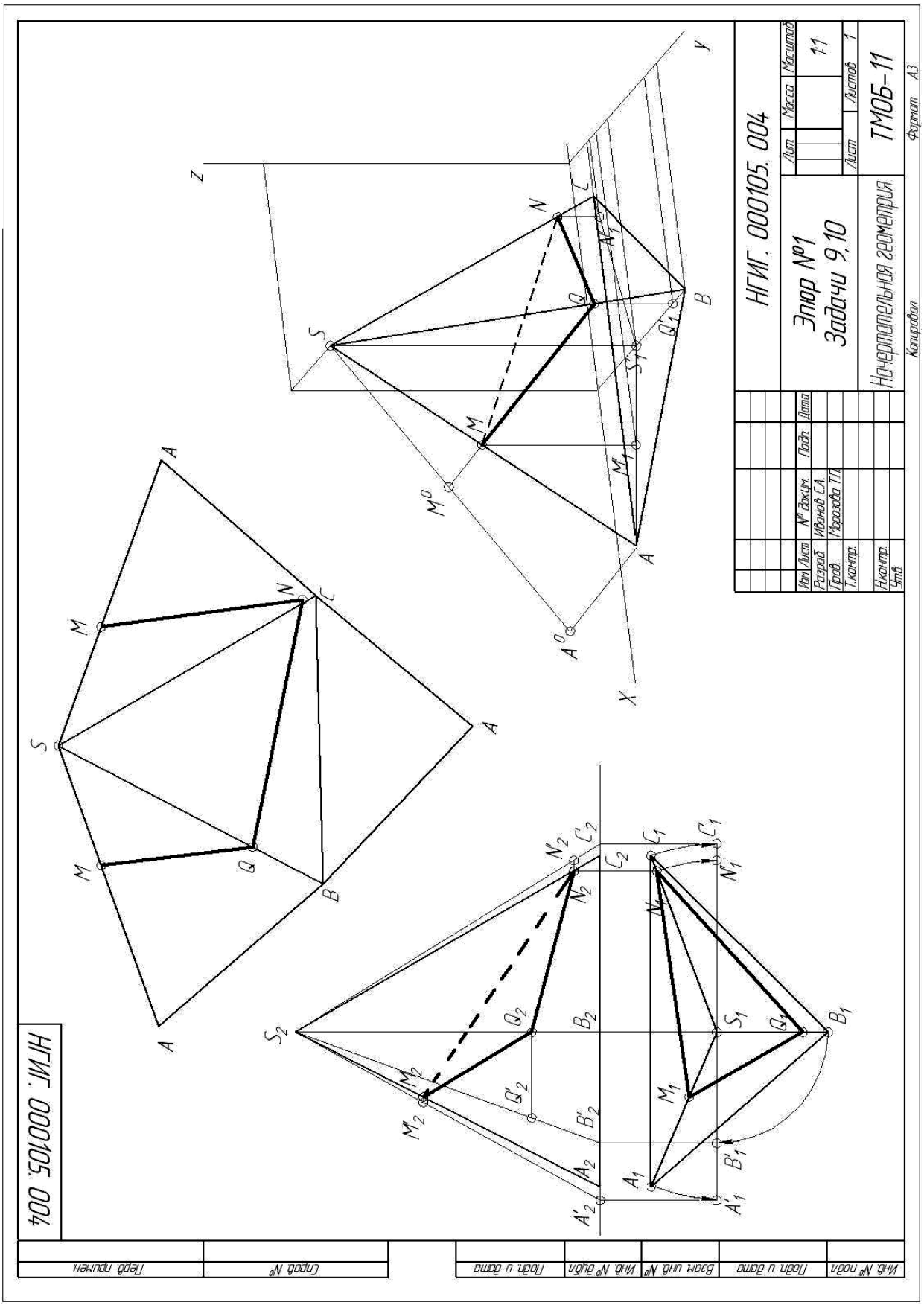
ПРИЛОЖЕНИЕ 3



ПРИЛОЖЕНИЕ 4



ПРИЛОЖЕНИЕ 5



ЭПЮР 1
Методические указания
к выполнению РГР по дисциплине «Начертательная геометрия»
для студентов всех направлений очной формы обучения

ЧЕЛЫШЕВА Ирина Александровна

Подписано в печать Формат 60x84 1/16
Бум. офсет. Усл. печ. л. Уч.-изд.л.
Тираж 100 экз. Заказ Бесплатно
Саратовский государственный технический университет
410054, Саратов, Политехническая ул., 77
Отпечатано в РИЦ СГТУ. 410054, Политехническая ул., 77